

# OLIMPIADA BRASILEIRA DE ROBÓTICA 2016



Qualquer série ou ano do ensino médio ou técnico

## NÍVEL 5

### IDENTIFICAÇÃO DO ALUNO

NOME:	
ESCOLA:	
SÉRIE/ANO:	NOTA DA PROVA (0-100 PONTOS)
CIDADE:	
ESTADO:	

### INSTRUÇÕES AOS PROFESSORES:

Caro(a) Professor(a):

- Esta prova contém 15 páginas.
- Duração da prova: 4 horas.
- A prova deve ser preenchida a caneta.
- Não é permitido o uso de calculadoras.
- Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material.
- A prova deve ser realizada individualmente.
- Atenção: algumas questões podem ter mais de uma resposta.

ORGANIZAÇÃO  
E APOIO



Ministério da  
Ciência e Tecnologia  
Ministério da  
Educação

GOVERNO FEDERAL  
**BRASIL**  
PÁTRIA EDUCADORA

1. O algoritmo de controle “Proporcional-Integral-Derivativo”, mais conhecido como PID, é um algoritmo que otimiza o comportamento dos sistemas do robô na realização de suas tarefas específicas. É bastante utilizado para controle de robôs seguidores de linha na correção de seu percurso, ou em motores para aumentar a precisão do posicionamento de seu eixo. O código abaixo implementa a ação “Proporcional”:

```
INÍCIO
VARIÁVEIS REAIS

P = 0;
Kp = 1;
ideal = valor_ideal_posicao_robô;
x = valor_atual_lido_pelo_sensor_posicao_robô;

P = Kp*(ideal-x);
Escrever (P);

FIM
```

Sabendo que **Kp** é uma constante de proporcionalidade, pode-se dizer que a variável **P**, que representa o controle proporcional, vai imprimir:

- A soma ponderada por **Kp** dos erros considerados a cada instante de tempo.
- Zero em todos os momentos que for executado.
- A variação de tempo entre as leituras dos sensores dividida por **Kp**.
- O valor lido pelo sensor multiplicado por **Kp**.
- A variação instantânea do erro ponderada por **Kp**.

## 2. AUSTRALIA'S FIRST ROBOTIC HELP IN A HIP REPLACEMENT OPERATION

(From: <<http://theconversation.com/>>)

“The MAKO robotic system is a carefully controlled robotic arm that aids surgeons in placement of the components of a total hip replacement. It makes the operation more accurate and safer for surgeons, regardless of their experience. The main difference from a patient’s point of view is that a pre-operative CT scan is needed to plan the procedure. Traditionally, surgeon relied purely on an X-ray to plan a total hip replacement. When performed by a robot, planning for the procedure is done by specialist engineers in collaboration with the surgeon. The engineer and surgeon work together to determine the optimal position for the components and they create a plan.”

Considering the text above, fill in the gaps in the next sentence:

A ROBOTIC \_\_\_\_\_ NAMED MAKO IS ABLE TO \_\_\_\_\_  
ASSIST A \_\_\_\_\_ ON A \_\_\_\_\_ REPLACEMENT SURGERY.

- arm; completely; surgeon; partial; hip.
- doctor; successfully; engineer; total; knee.
- arm; successfully; engineer; total; hip.
- system; completely; surgeon; partial; hip.
- system; successfully; surgeon; total; hip.

3. Robôs manipuladores utilizam uma ferramenta na extremidade do braço para executar determinadas tarefas. Observe as figuras a seguir e indique a afirmação correta.



PINÇA



VENTOSA



SOLDADOR

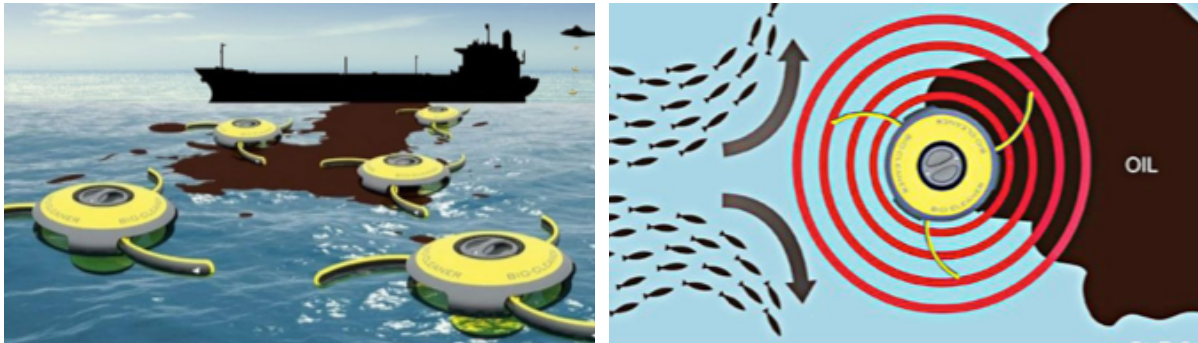


GARRA

- a. A garra utiliza três pontos de apoio para capturar um objeto, sendo a ferramenta mais adequada para suportar objetos pesados com superfícies lisas, como um vidro de automóvel.
- b. A ventosa utiliza um método de sucção de ar para capturar um objeto, sendo adequada para suportar objetos pesados com superfícies irregulares, como uma escada doméstica.
- c. A pinça utiliza apenas dois pontos de apoio, sendo a ferramenta mais adequada para captura e posicionamento de peças pequenas com dimensões uniformes, como uma caixa de remédios.
- d. A ferramenta de solda é adequada para capturar objetos com dimensões circulares e estruturas vazadas, como uma mola.
- e. Todas as ferramentas apresentadas são adequadas para capturar objetos de quaisquer dimensões, peso e superfícies.

4. Um designer Coreano, Hsu Sean, propôs o conceito de um robô capaz de resolver os problemas de derramamento de petróleo no mar. Esse robô, denominado "Bio-Cleaner", tem formato circular e possui três braços. Suas funções são:

- Sugar o petróleo da água.
- Lançar bactérias que estão armazenadas em seus compartimentos, para degradação dos resíduos de petróleo.
- Alertar animais marinhos para evitar contato com o petróleo, utilizando um sistema de onda acústica.



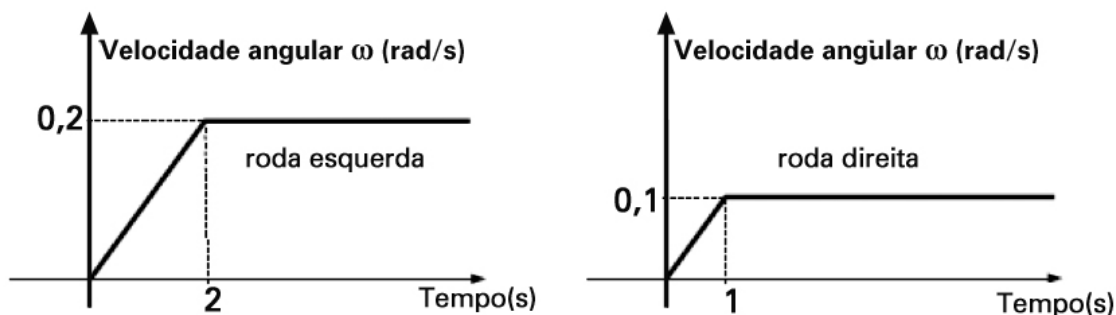
(Fonte: Adaptado de: <<http://bioretro.eco.br/robo-bio-cleaner-solucao-para-o-derrame-de-petroleo/>>)

Suponha que os animais marinhos se sensibilizam com um sinal sonoro de alta frequência quando a intensidade local é maior que  $25 \text{ W/m}^2$ . Se a fonte de ondas sonoras é omnidirecional (ou seja, a onda se propaga igualmente em todas as direções), qual a potência mínima da fonte no robô para que a maioria dos animais possa percebê-la a pelo menos 20 metros de distância?

(Utilize  $\pi=3,14$ )

- a. 10 kW.
  - b. 250,4 kW.
  - c. 125,6 kW.
  - d. 3,14 kW.
  - e. 62,8 kW.
5. Em uma madeireira, um robô empurra um bloco de madeira até uma máquina aplicando uma força horizontal, constante e de intensidade igual a 100 N. Para realizar esse transporte, o robô consome 0,005 kWh de energia.
- Considerando que 50% da energia consumida pelo robô foi diretamente aplicada à realização desse trabalho, qual a distância entre o local de origem do bloco e a máquina?
  - Se o robô é alimentado por uma bateria com capacidade de 25Ah e 50V de tensão nominal, por quantas horas o robô terá autonomia para realizar essa tarefa repetidamente? (Para estimar a vida útil da carga da bateria, considere que ela fornece 80% de sua capacidade por todo o tempo).
- a. 90 metros; 250 horas.
  - b. 50 milímetros; 200 horas.
  - c. 180 metros; 250 horas.
  - d. 90 metros; 200 horas.
  - e. 50 milímetros; 200.000 horas.

6. Considere um robô móvel atuado por dois motores com caixa de redução em uma configuração de acionamento diferencial (*differential drive*). Nesta configuração, cada motor aciona uma roda e seus eixos estão alinhados.



Diante dos gráficos de velocidade de cada roda, indique qual o comportamento do robô.

- O robô se desloca em trajetória retilínea por um segundo e gira para a direita.
  - O robô se desloca em trajetória retilínea por um segundo e gira para a esquerda.
  - O robô gira sempre para a direita.
  - O robô gira sempre para a esquerda.
  - A velocidades são relativas, o que faz o robô se deslocar reto o tempo todo.
7. Um robô móvel diferencial como o da Questão 6 precisa fazer uma curva de raio 50 cm e sem inclinação. Considerando que o robô faz um movimento circular uniforme e os dados na tabela a seguir, responda:
- Qual a máxima velocidade permitida para o robô fazer a curva sem escorregar?
  - Quais as velocidades lineares de cada roda na situação máxima?

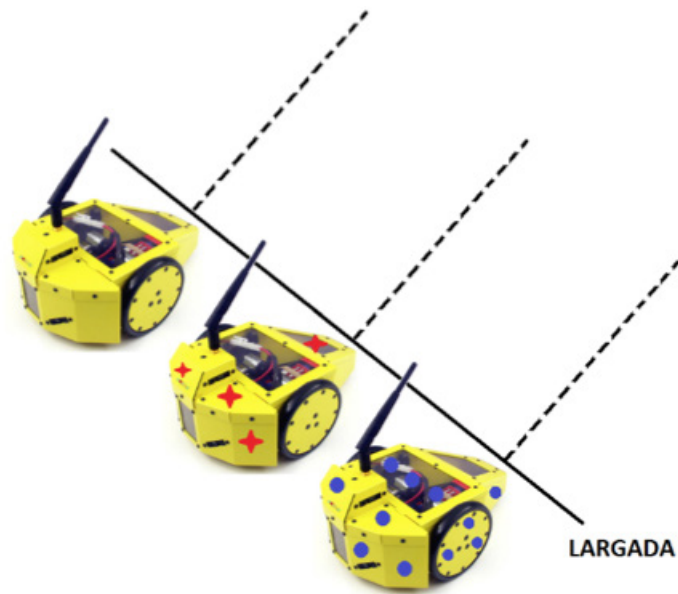
Dados:

Massa do robô:	2 kg
Distância entre as rodas:	20 cm
Raio da roda:	10 cm
Coefficiente de atrito estático entre o chão e as rodas:	0,8
Aceleração da gravidade:	10 m/s <sup>2</sup>
$\pi$	3,14

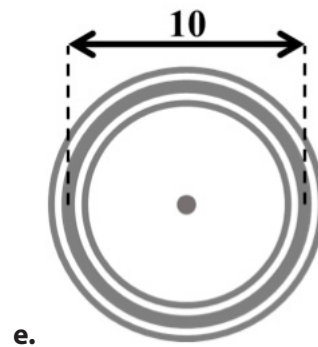
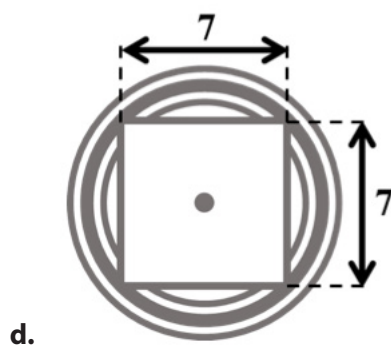
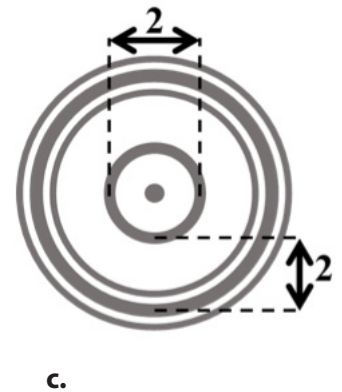
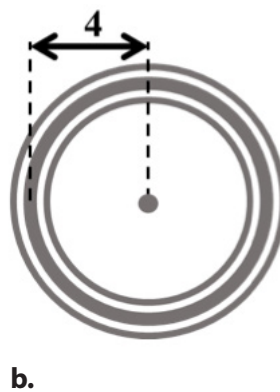
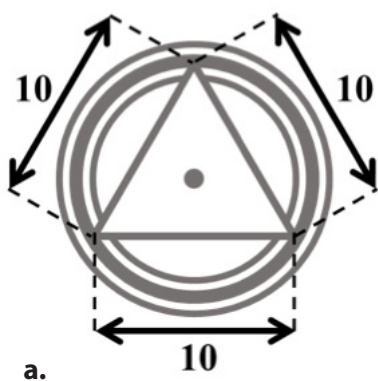
- Máxima velocidade de 2 m/s e velocidade das rodas de 1,6 m/s e 2,4 m/s.
- Máxima velocidade de 2,8 m/s e velocidade das rodas de 1,6 m/s e 2,4 m/s.
- Máxima velocidade de 2 m/s e velocidade das rodas de 1,2 m/s e 2,8 m/s.
- Máxima velocidade de 2,8 m/s e velocidade das rodas de 1,2 m/s e 2,8 m/s.
- Máxima velocidade de 2,5 m/s e velocidade das rodas de 1,5 m/s e 3,5 m/s.



8. Sua escola vai participar de uma competição de robôs móveis com rodas. Os robôs devem percorrer uma linha reta durante 10 segundos. O robô que chegar mais longe ganha a corrida.

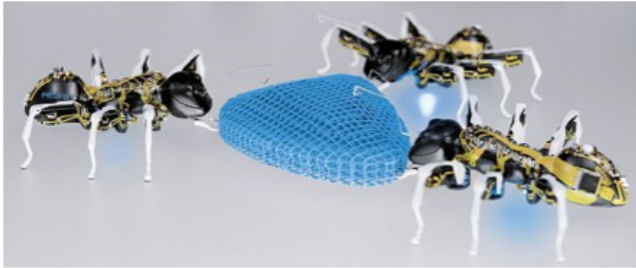


Considerando que todas as rodas giram com mesma velocidade angular, se você puder escolher o tamanho da roda do seu robô, qual roda fará o robô chegar mais longe?



9. Os seres vivos possuem comportamentos e estruturas que possibilitam maior adaptação aos ecossistemas. Alguns robôs são construídos com a intenção de mimetizar essas características. São chamados robôs biomiméticos. Veja os exemplos a seguir e responda:

EXEMPLO 1:



(Fonte: Festo/Divulgação)

EXEMPLO 2:

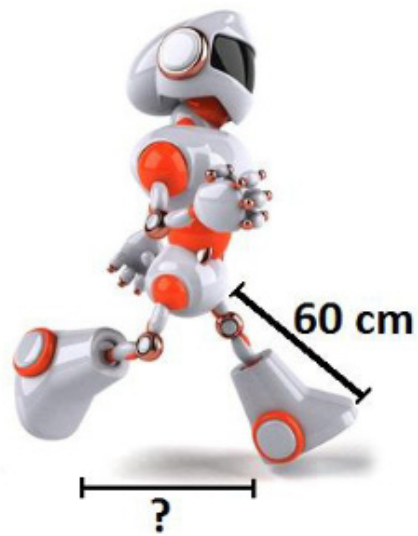


(Fonte: www.redorbit.com)

Que aplicações podem ser vislumbradas para os robôs dos exemplos 1 e 2? (Você pode marcar mais de uma alternativa)

- a. Os robôs dos exemplos 1 e 2 não podem ser construídos, pois não é possível reproduzir o comportamento de seres vivos, mesmo que parcialmente, em aplicações reais.
- b. A relação harmônica de cooperação mimetizada nos robôs do exemplo 1 pode ser aplicada ao transporte de equipamentos pesados.
- c. O robô no exemplo 2 apresenta uma estrutura de locomoção típica de animais invertebrados, podendo ser aplicado exclusivamente em situações que exigem posicionamento sem contato com outros objetos.
- d. A estrutura de locomoção do robô no exemplo 2 possibilita a inspeção de áreas em terrenos difíceis e de acesso confinado, podendo ser aplicado à limpeza interna de dutos e encanamentos.
- e. Os robôs do exemplo 1 apresentam uma relação biomimética de competição e, por isso, podem ser aplicados inclusive na montagem de estruturas complexas.

10. Para manter o equilíbrio, o tamanho do passo de um robô bípede é proporcional ao tamanho de sua perna, e depende também do seu tipo de caminhada.



A tabela abaixo mostra a relação entre o tamanho do passo e o tamanho da perna do robô para cada tipo de caminhada, além da energia consumida por passo em cada situação.

Tipo de caminhada	Tamanho do passo	Energia consumida
Caminhada lenta	30%	2,4 Watts/passos
Caminhada rápida	45%	5,1 Watts/passos
Corrida	90%	6,3 Watts/passos

Para executar sua tarefa o robô segue as seguintes instruções:

- Caminhe lentamente por 2 metros e 16 centímetros;
- Corra por 13 metros e 50 centímetros;
- Caminhe rapidamente por 8 metros e 10 centímetros;
- Corra por 8 metros e 10 centímetros;
- Caminhe lentamente por 3 metros e 96 centímetros.

Quanto de energia será consumida pelo robô para executar a tarefa completa?

- a. 249,6 Watts.
- b. 486,6 Watts.
- c. 530,4 Watts.
- d. 655,2 Watts.
- e. 22,5 Watts.



## 11. MIT STUDENTS INVENTED A ROBOTIC KITCHEN THAT COULD REVOLUTIONIZE FAST FOOD

(From: <<http://www.techinsider.io/mit-students-invented-a-robotic-kitchen-2016-4>>)

"MIT engineering students invented a fully automated mini-restaurant called Spyce Kitchen. It features a refrigerator, dishwasher, stovetop, and robot chef that can cook and serve meals with fresh ingredients in under five minutes. The team won an award for the nation's top two collegiate inventors in food technology, for the invention, which currently serves students in an MIT dining hall. They plan to pilot the mini-restaurant in dining halls at a handful of other Boston universities once it receives USDA and FDA approval. First, you order a meal using a smartphone app or the touch screen next to the machine. The bot currently features five meals. [...] Two meals can be made at once. You can customize the ingredients, sauce, and quantity. Then, you grab a bowl from the side and place it under one of the cooking pots. Ingredients, which are stocked by the Spyce staff daily, are automatically measured and dispensed on a conveyor belt. They're then transported to one of four automated pots that mix and cook the ingredients all-in-one. Once that's done, the system dispenses the meal on a plate, and the pot rotates to the sink and cleans itself. The kitchen uses an array of sensors that track the food's temperature and quality."

After reading the text, mark the correct sentence below:

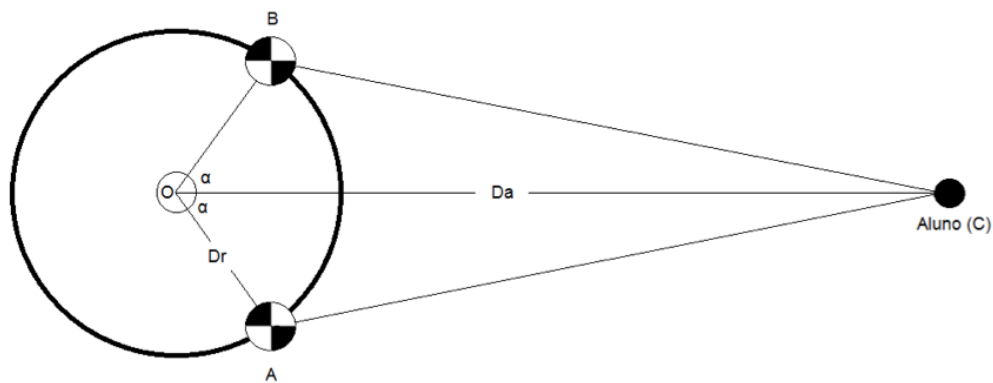
- The team won 10,000 euros because of their invention. This award will be applied to enhance food's temperature and quality.
  - The students have a goal of transforming the meaning of fast food. They have four robots that mix and cook the ingredients with your favorite sauce.
  - The robot currently cooks five meals in three Boston universities: MIT, USDA and FDA.
  - To get a meal from Spyce Kitchen, all you have to do is to order it from your smartphone or direct on the machine, and then put a bowl in it.
  - Spyce Kitchen can revolutionize the fast food industry because it doesn't rely on human workers and cleans itself as the pot rotates.
12. Um robô subaquático está operando na localização (60° Sul, 140° Leste) em uma missão de busca por destroços de um avião que desapareceu dos radares na última semana. A estação de monitoramento e controle do robô está localizada em (40° Norte, 100° Oeste).



Considerando quadradas as divisões do mapa-múndi, qual a menor distância entre o robô e a estação de monitoramento e em qual país se localiza a estação de monitoramento?

- 13.000 Milhas, Estados Unidos da América.
- 12.000 Milhas, México.
- 7.800 Milhas, Chile.
- 15.000 Milhas, Austrália.
- 7.800 Milhas, Estados Unidos da América.

13. Um aluno de Engenharia está diante de um robô seguidor de linha, o qual realiza uma trajetória circular, partindo do ponto **A** até o ponto **B** em sentido horário conforme ilustrado abaixo.



sendo **Dr** a distância do robô até o centro da trajetória; **Da** a distância do aluno até o centro da trajetória e  $\alpha$  o ângulo formado entre **Dr** e **Da**.

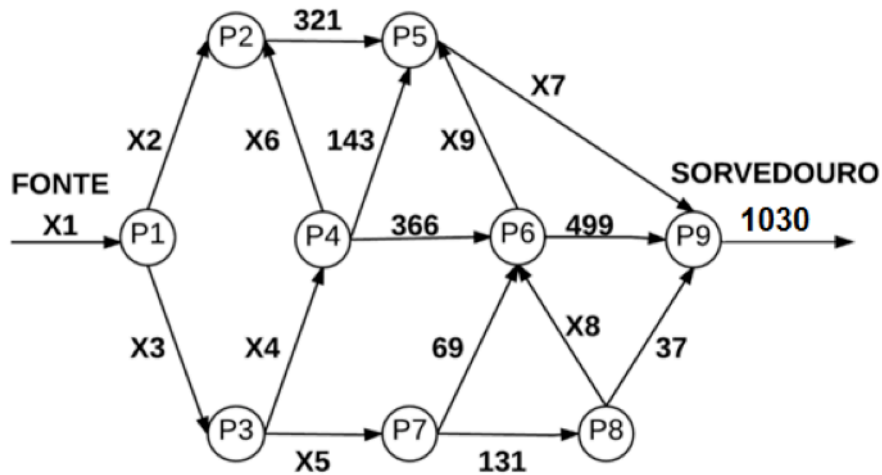
Quando o robô chega ao ponto **B**, seu mecanismo interno está programado para ligar um encoder conectado à sua roda e, seguindo ainda em sentido horário, retorna para o ponto de partida, onde o robô para.

Considerando os dados da tabela abaixo, ao final do trajeto **B-A**, quantos pulsos serão contados na saída apresentada pelo encoder?

$\pi$	$\widehat{OAC}$	$\widehat{ACB}$	<b>Dr</b>
3,14	120°	15°	50 cm
<b>Resolução do encoder: 120 pulsos por revolução</b>			
<b>Diâmetro da roda do robô: 10 cm</b>			

- 350 pulsos.
- 10032 pulsos.
- 740 pulsos.
- 175 pulsos.
- 120 pulsos.

14. Uma empresa está fazendo o planejamento para automatizar o fluxo de materiais em seu armazém. A automatização será realizada por meio de vários AGVs (do inglês "Automated Guided Vehicles") que transportam os materiais de um ponto a outro. A figura abaixo apresenta o mapa dos pontos que compõem o armazém.

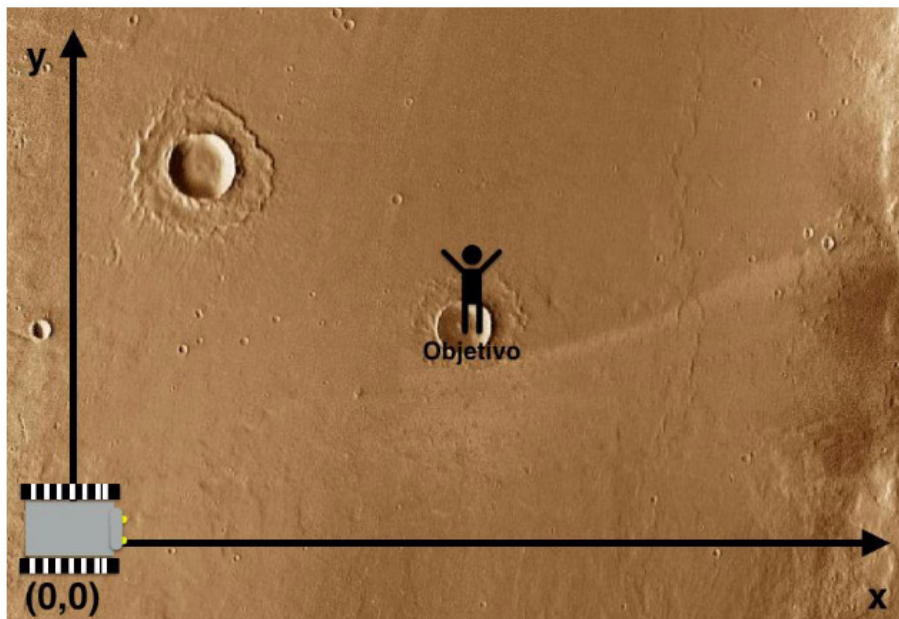


Os pontos do armazém são representados como PX. Logo, neste mapa, existem nove pontos. Na figura apresentada, as setas, que ligam um ponto PX a outro ponto PY, representam a existência de um robô que transporta materiais do ponto PX ao ponto PY. Se esse robô só pode transportar materiais do ponto PX ao ponto PY, logo, existem 15 robôs no mapa. Além disso, as setas ilustram a direção do fluxo de materiais. A empresa só conhece alguns valores de fluxo de materiais que são transportados pelos robôs, mas ela tem conhecimento de que o fluxo de materiais que entra em um determinado ponto PX é o mesmo que sai desse ponto PX, ou seja, se na fonte entram 100 peças então no sorvedouro saem 100 peças.

Complete a tabela com os valores de X1, X2, X3, X5, X6, X7, X8 e X9.

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
			521					

15. O robô da figura abaixo foi enviado para Marte para resgatar um astronauta.



O astronauta enviou suas coordenadas cartesianas  $(52, 30)$  para o robô, considerando que o robô se encontra na origem do eixo de coordenadas. Neste sistema, cada unidade é contada em quilômetros (km).

- Qual a sequência de comandos de programação que faz com que o robô alcance seu objetivo, percorrendo a menor distância possível?
- Considerando que o astronauta possui mantimentos suficientes para sobreviver apenas mais 4 dias e que o robô se desloca a uma velocidade de 8 cm/s, o robô chegará a tempo de salvá-lo?

- a.**
  - Vá em frente por 52 km;  
Gire  $90^\circ$  para esquerda;  
Vá em frente por 30 km.
  - O robô não chegará a tempo.
- b.**
  - Gire  $45^\circ$  para esquerda;  
Vá em frente por 60 km.
  - O robô chegará a tempo.
- c.**
  - Gire  $90^\circ$  para esquerda;  
Vá em frente por 30 km;  
Gire  $90^\circ$  para direita;  
Vá em frente por 52 km.
  - O robô chegará a tempo.
- d.**
  - Gire  $30^\circ$  para esquerda;  
Vá em frente por 60 km.
  - O robô não chegará a tempo.
- e.**
  - Gire  $60^\circ$  para esquerda;  
Vá em frente por 60 km.
  - O robô não chegará a tempo.

**16.** Leia os dois textos a seguir e responda:

“A área de pesquisa em robótica aérea tem como objeto de estudo os veículos aéreos não tripulados (VANT) de pequeno porte, com alto grau de autonomia. Estas aeronaves, também conhecidas como “drones”, são supervisionados à distância e conseguem executar manobras com pouca interferência humana. VANTs podem ser aplicados em diversas atividades como monitoramento, defesa e segurança, inspeção de linhas de transmissão de energia elétrica, inspeção de oleodutos, mapeamento, fotografia e filmagem. Ao longo do evento, foram apresentados 10 trabalhos, de elevado nível técnico, com temas relacionados a modelagem, simulação, estratégias de controle de voo, desenvolvimento de piloto automático e ensaio em voo, com foco em plataformas aéreas dos tipos multicópteros, dirigíveis e aeroplanos”.

(Fonte: <http://www.ita.br/noticias/realizadeworkshopsobrerobticaarea>)

“De uma forma geral, veículos robóticos abrangem sistemas aéreos, terrestres e subaquáticos. Na sua forma mais simples, esses sistemas podem ser operados remotamente, ou seja, controlados à distância por um operador humano, o tempo todo, para desempenhar determinada tarefa. Atualmente, a pesquisa e desenvolvimento em veículos robóticos enfoca em muito o aspecto de execução autônoma de atividades que são atribuídas a esses sistemas. Para esse funcionamento autônomo, o sistema robótico deve perceber a sua própria situação e aquela do ambiente onde ele evolui, tomar decisões de maneira independente e movimentar-se para cumprir a tarefa que lhe foi atribuída, sem precisar da dependência constante de um operador humano, ou então agindo em cooperação com esse operador. [...] Se por um lado já existem no mercado vários VANTs que funcionam predominantemente por controle remoto ou com grau limitado de autonomia, por outro lado é intenso o esforço em Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação (PD&I), na academia e no setor industrial, visando o estabelecimento de VANTs substancialmente autônomos. Esse esforço é possível devido aos avanços tecnológicos recentes que levaram à miniaturização e aumento do desempenho de sensores, processadores e sistemas de comunicação, o que resulta também em um aumento na capacidade de carga e na flexibilidade operacional dos VANTs, ampliando seu potencial de uso como plataformas da observação e da aquisição de dados em cenários militares, civis e comerciais”.

(Fonte: <http://www.comciencia.br/reportagens/2005/10/10.shtml>)

O que são sistemas autônomos?

- a.** Sistemas autônomos são veículos aéreos não-tripulados adaptados para aplicações de observação e aquisição de dados em cenários militares, civis e comerciais.
- b.** Sistemas autônomos são aqueles capazes de caracterizar o ambiente ao seu redor, planejar suas ações e realizar suas tarefas sem qualquer intervenção humana.
- c.** Sistemas autônomos são qualquer tipo de veículo aéreo, terrestre ou subaquático que possa ser controlado a distância por um operador humano.
- d.** Sistemas autônomos são aqueles dotados de sensores, processadores e sistemas de comunicação que possibilitam o trabalho conjunto em plataformas aéreas como multicópteros.
- e.** Sistemas autônomos são VANTs que seguem estratégias de controle de voo segundo uma percepção de sua própria situação e do ambiente em que operam a partir de sistemas de comunicação por controle remoto.



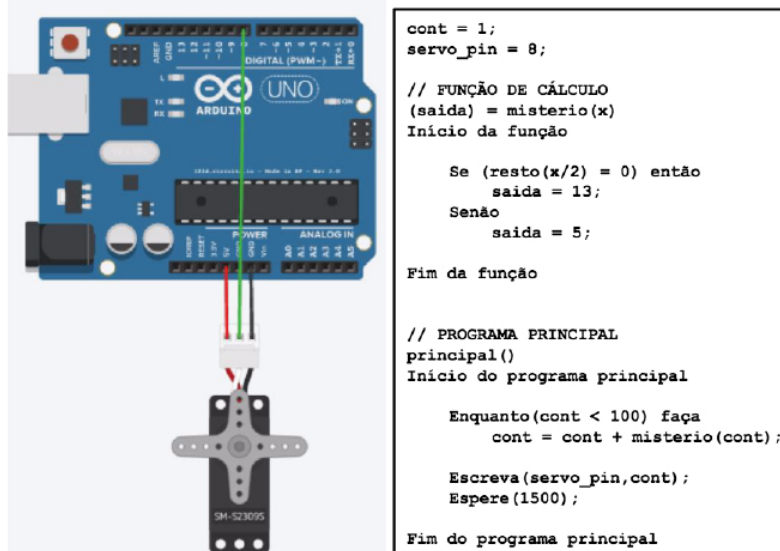
17. Os motores de drones, como o da figura abaixo, normalmente são indicados pelo fabricante com uma medida chamada de KV (não confundir com quilovolt).



Essa medida indica a quantidade de Rotações por Minuto (RPM) que o motor pode fazer por volt ou seja, RPM/volt. Por exemplo, um motor com 950 KV, se submetido a 1 volt, girará 950 vezes em um minuto.

Suponha que você tenha adquirido um motor de 1200 KV, com resistência interna informada pelo fabricante igual a 2 Ohms. Ao submeter esse motor a uma corrente com intensidade de 5,5 Amperes, qual será quantidade de RPM deste motor?

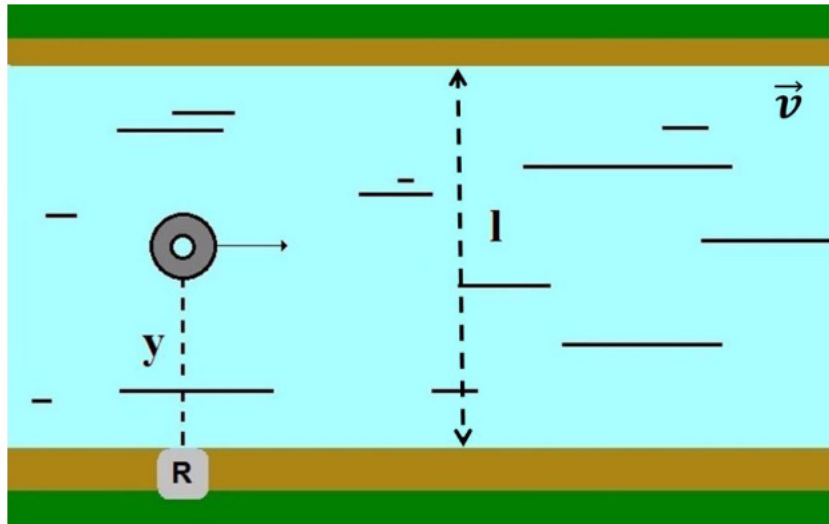
- a. 6600 RPM.
  - b. 13200 RPM.
  - c. 12000 RPM.
  - d. 109 RPM.
  - e. 24000 RPM .
18. Um servo motor foi ligado a uma placa Arduino como ilustrado na figura abaixo. O microcontrolador receberá a programação correspondente ao algoritmo ao lado (o símbolo "//" inicia uma linha de comentário, e que, portanto, não será executada).



Quantos graus o servo motor irá girar quando o código ilustrado for executado?

- a. 109 graus.
- b. 110 graus.
- c. 101 graus.
- d. 100 graus.
- e. 108 graus.

19. O Boia-Cross é a prática esportiva que tem como finalidade descer em grandes boias redondas pelo leito dos rios. Em uma certa cidade há um rio muito utilizado pelos amantes dessa prática esportiva. Dessa forma, visando uma maior segurança dos participantes, um engenheiro resolveu posicionar um robô na margem do rio com o intuito de calcular a distância das pessoas em função do tempo decorrido após a passagem pelo seu sensor de presença. A figura a seguir ilustra o rio por onde passam os participantes do Boia-Cross e a posição do robô (R).



O rio possui profundidade  $p$  e uma distância  $l$  entre as margens. Considerando-se que os participantes passem a uma distância  $y$  do sensor do robô e que a vazão  $Q$  do rio é constante durante todo o tempo de descida, calcule a distância  $D$  entre a boia e o robô em função do tempo decorrido  $t$ . Com essa informação poderemos dimensionar o alcance do sensor.

a.  $D(t) = \sqrt{y^2 + (Q \cdot p \cdot l \cdot t)^2}$

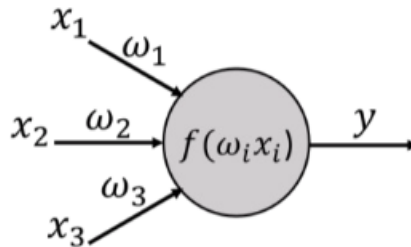
d.  $D(t) = y^2 + \left(\frac{Q \cdot l \cdot t}{n}\right)^2$

b.  $D(t) = y^2 + (v \cdot t)^2$

e.  $D(t) = \sqrt{y^2 + \left(\frac{v}{t}\right)^2}$

c.  $D(t) = \sqrt{y^2 + \left(\frac{Q \cdot t}{p \cdot l}\right)^2}$

**20.** Redes Neurais são sistemas paralelos distribuídos compostos por unidades de processamento simples interligadas entre si e com o ambiente por um número de conexões. Também podem ser definidas como modelos inspirados na estrutura paralela do cérebro e que buscam reter algumas de suas propriedades. As unidades representam os neurônios, enquanto que a interconexão, as redes neurais. No geral, conexões estão associadas a pesos que armazenam o conhecimento da rede e servem para ponderar a entrada recebida pelo neurônio, ou seja, aprendizagem gerada a partir de conhecimento. Assim, o elemento principal da rede neural artificial é o neurônio representado como a seguir:

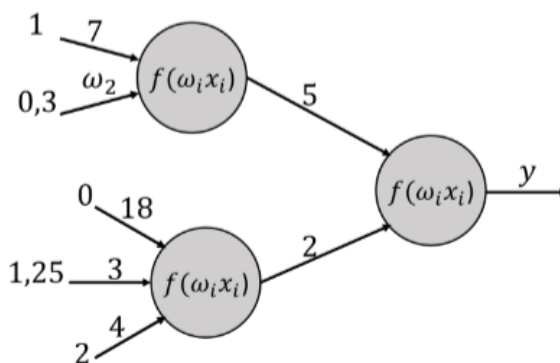


Observa-se que o neurônio pode receber várias entradas  $x$  por meio de conexões caracterizadas por um peso  $\omega$ . A saída do neurônio  $y$  é única e tem como resultado a aplicação da função de ativação do neurônio  $f(\cdot)$  na combinação das entradas.

Por exemplo, se  $x = [ 1 \ 2 \ 3 ]$  e  $\omega = [ 2 \ 0,2 \ 1 ]$ , e a função de ativação for o somatório das entradas ponderadas então

$$y = (1 * 2) + (2 * 0,2) + (3 * 1) = 5,4.$$

Considere agora a seguinte rede neural composta por três neurônios iguais aos do exemplo, com mesma função de ativação.



Qual o valor do peso  $\omega_2$  para que a saída seja  $y = 61,5$ ?

- a.  $\omega_2 = 7.$
- b.  $\omega_2 = 18.$
- c.  $\omega_2 = 3.$
- d.  $\omega_2 = 5.$
- e.  $\omega_2 = 2.$